

कुल प्रश्नों की संख्या : 25]
Total No. of Questions : 25]

[कुल मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 15
[Total No. of Printed Pages : 15

CGBOARDonline.com

Y-182150-A

विषय : गणित

Subject : Mathematics

CGBOARDonline.com

समय : 3 घण्टे]
Time : 3 hours]

[पूर्णांक : 100
[Maximum Marks : 100

सामान्य निर्देश : (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
(ii) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

General Instruction :

- (i) All questions are compulsory.
- (ii) Use of calculator is not permitted.

निर्देश : (अ) प्रश्न क्रमांक 1 में 15 प्रश्न हैं तथा 15 अंक निर्धारित हैं। इस प्रश्न के तीन उपखण्ड हैं। खण्ड-(अ) में 5 बहुविकल्पीय प्रश्न, खण्ड-(ब) में 5 रिक्त स्थानों की पूर्ति करना एवं खण्ड-(स) में 5 उचित जोड़ी बनाना है। प्रत्येक प्रश्न के लिए 1 अंक निर्धारित है।

CGBOARDonline.com

Instruction : (A) Question No. 1 carries 15 marks for 15 questions. There are three subsections. In Section-(A), 5 Multiple choice questions, in Section-(B), 5 Fill in the blanks and in Section-(C), 5 Match the columns are given. Each question carries 1 mark.

प्रश्न-1

खण्ड-(अ) सही उत्तर का चयन कर लिखिए :

Section-(A) Choose and write the correct answer :

(i) यदि $\begin{vmatrix} a & \omega \\ \omega & -\omega \end{vmatrix} = 1$ हो, तो a का मान होगा :

(अ) 1

(ब) 2

(स) 3

(द) 4

If $\begin{vmatrix} a & \omega \\ \omega & -\omega \end{vmatrix} = 1$, then the value of a will be :

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

(ii) $\int e^{\log_e x^2} dx$ का मान होगा :(अ) $\log_e x$ (ब) $\frac{1}{x^2}$ (स) $e^{\log_e x}$ (द) $\frac{x^3}{3}$ The value of $\int e^{\log_e x^2} dx$ will be :(a) $\log_e x$ (b) $\frac{1}{x^2}$ (c) $e^{\log_e x}$ (d) $\frac{x^3}{3}$

(iii) xz -समतल का सदिश समीकरण है :

(अ) $\vec{r} \cdot \hat{j} = 0$

(ब) $\vec{r} \cdot \hat{k} = 0$

(स) $\vec{r} \cdot \hat{i} = 0$

(द) उपरोक्त में से कोई नहीं

The vector equation of xz -plane is :

(a) $\vec{r} \cdot \hat{j} = 0$

(b) $\vec{r} \cdot \hat{k} = 0$

(c) $\vec{r} \cdot \hat{i} = 0$

(d) None of the above

(iv) $\int [x f'(x) + f(x)] dx$ का मान होगा :

(अ) $x f'(x)$

(ब) $x^2 f(x)$

(स) $x f(x)$

(द) $x f''(x)$

The value of $\int [x f'(x) + f(x)] dx$ will be :

(a) $x f'(x)$

(b) $x^2 f(x)$

(c) $x f(x)$

(d) $x f''(x)$

- (v) यदि दो बल, 3 इकाई और 4 इकाई के 90° कोण पर क्रियाशील हैं, तो उनका परिणामी बल होगा :

(अ) 3 इकाई

(ब) 4 इकाई

(स) 5 इकाई

(द) 0 इकाई

If two forces of 3 units and 4 units are acting at an angle 90° , then its resultant forces will be :

(a) 3 units

(b) 4 units

(c) 5 units

(d) 0 unit

प्रश्न-1 खण्ड-(ब) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

CGBOARDOnline.com

Section-(B) Fill in the blanks :

- (i) यदि $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ हो, तो A का सममित आव्यूह _____ होगा।

If $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, then the symmetric matrix of A will be _____.

- (ii) y -अक्ष की दिक् कोज्याएँ _____ हैं।

Direction cosines of y -axis are _____.

- (iii) सहसंबंध गुणांक r का मान _____ से _____ के बीच होता है।

The values of coefficient of correlation r lie between _____ and _____.

- (iv) किसी आण्विक कथन का सत्यता मान उसके घटक कथनों के प्रत्येक सत्यता के लिए असत्य (F) हो, तो कथन _____ कहलाता है।

If the truth value of a molecular statement is true, then every value of its constituent statement is false (F) _____.

CGBOARDOnline.com

- (v) $\int \tan x \, dx$ का मान _____ होगा।

The value of $\int \tan x \, dx$ will be _____.

प्रश्न-1 खण्ड-(स) उचित संबंध जोड़िए :

(अ)

(ब)

(i) अवकल समीकरण $\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^3 = kx$ की (1) 1

CGBOARDonline.com

घात होगी

(ii) दो सिक्कों को एक साथ उछालने पर कम-से-कम (2) 6

एक शीर्ष ऊपर आने की कुल सम्भावनाएँ होगी

(iii) फलन $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ का $x = 0$ पर मान होगा (3) 3

(iv) अवकल समीकरण $\frac{d^4y}{dx^4} - 4\frac{d^3y}{dx^3} + 8\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0$ (4) 5

की कोटि होगी

(v) फलन $f(x) = 3 \sin x + 4 \cos x$ का महत्तम मान होगा (5) 4

Section-(C) Match the following :

(A)

(B)

(i) The degree of differential equation (1) 1

$$\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^3 = kx \text{ will be}$$

(ii) A pair of coins are thrown simultaneously. What (2) 6
is the total chance of getting at least one head?

(iii) The value of function $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ (3) 3
at $x = 0$ will be

CGBOARDonline.com

(iv) The order of differential equation (4) 5

$$\frac{d^4y}{dx^4} - 4\frac{d^3y}{dx^3} + 8\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0 \text{ will be}$$

(v) The maximum value of function $f(x) =$ (5) 4
 $3 \sin x + 4 \cos x$ will be

निर्देश : (ब) प्रश्न क्रमांक 2 से 7 तक अतिलघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित हैं।

Instruction : (B) Question Nos. 2 to 7 are very short answer type questions. Each question carries 2 marks.

प्रश्न-2 सिद्ध कीजिए कि

$$\text{CGBOARDonline.com } \tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{a-b}{a+b}\right) = \frac{\pi}{4}$$

Prove that

$$\tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{a-b}{a+b}\right) = \frac{\pi}{4}$$

प्रश्न-3 यदि $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{k}$ हो, तो $|\vec{b} \times 2\vec{a}|$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{k}$, then find the value of $|\vec{b} \times 2\vec{a}|$.

प्रश्न-4 बूलीय फलन $f = x.y + y.z$ के लिए स्विचन परिपथ खींचिए।

Draw a switching circuit for Boolean function $f = x.y + y.z$.

प्रश्न-5 मेमोरी क्या है? इसके प्रकार लिखिए।

CGBOARDonline.com

What is memory? Write the types of it.

प्रश्न-6 पुनरुक्ति को सिद्ध कीजिए :

$$\{P \Rightarrow (\sim P)\} \Rightarrow \sim P$$

Prove the tautology :

$$\{P \Rightarrow (\sim P)\} \Rightarrow \sim P$$

प्रश्न-7 सरल रेखाओं $\frac{x-5}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-3}$ और $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{-1}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

Find the angle between the straight lines $\frac{x-5}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-3}$ and $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{-1}$.

निर्देश : (स) प्रश्न क्रमांक 8 से 14 तक अतिलघुत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 3 अंक निर्धारित हैं।

Instruction : (C) Question Nos. 8 to 14 are very short answer type questions. Each question carries 3 marks.

प्रश्न-8 A, 75% सत्य बोलता है तथा B, 80% सत्य बोलता है, तो एक ही तथ्य को बोलने पर दोनों में विरोधाभास होने की क्या प्रतिशतता है ?

A speaks truth 75% cases and B in 80% cases. In what percentage of the cases are they likely to contradict each other in narrating the same incident?

CGBOARDOnline.com

प्रश्न-9 यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $2A^{-1} = 9I - A$.

If $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}$, then prove that $2A^{-1} = 9I - A$.

प्रश्न-10 $\frac{1}{(x+1)(x+2)(x+3)}$ को आंशिक भिन्नों में व्यक्त कीजिए।

Resolve $\frac{1}{(x+1)(x+2)(x+3)}$ into partial fractions.

प्रश्न-11 निम्न समीकरण को हल कीजिए :

$$\sin^{-1} x + \sin^{-1}(1-x) = \sin^{-1} \sqrt{1-x^2}$$

Solve the given equation :

$$\sin^{-1} x + \sin^{-1}(1-x) = \sin^{-1} \sqrt{1-x^2}$$

प्रश्न-12 समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी दो आसन्न भुजाएँ सदिशों $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$ से निरूपित हैं।

Find the area of the parallelogram whose two adjacent sides are represented by the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - \hat{k}$.

प्रश्न-13 कम्पाइलर एवं इंटरप्रेटर के मध्य अंतर स्पष्ट कीजिए।

Write the differences between compiler and interpreter.

प्रश्न-14 अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + ay = e^{mx}$$

Solve the differential equation :

$$\frac{dy}{dx} + ay = e^{mx}$$

निर्देश : (द) प्रश्न क्रमांक 15 से 19 तक लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प है। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित हैं।

Instruction : (D) Question Nos. 15 to 19 are short answer type questions. Each question has an internal choice. Each question carries 4 marks.

प्रश्न-15 उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतलों $x + 3y + 4z - 5 = 0$ और $3x - 4y + 9z - 10 = 0$ की प्रतिच्छेद रेखा से होकर जाता है तथा जो बिन्दु $(1, 1, 1)$ से होकर जाता है।

Find the equation of plane passing through the line of intersection of planes $x + 3y + 4z - 5 = 0$ and $3x - 4y + 9z - 10 = 0$ and the point $(1, 1, 1)$.

समतल $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = 5$ द्वारा गोला $|\vec{r}| = 3$ के वृत्तीय परिच्छेद की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Find the radius of the circular cross-section of the sphere $|\vec{r}| = 3$ by the plane $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = 5$. CGBOARDOnline.com

प्रश्न-16 वृत्त की त्रिज्या 3 सेमी./से. की दर से बढ़ रही है। जब वृत्त की त्रिज्या 10 सेमी. है, तब किस दर से वृत्त का क्षेत्रफल बढ़ रहा है ?

The radius of the circle is increasing at the rate of 3 cm/sec. At what rate the area of circle is increasing when its radius is 10 cm?

अथवा

OR

यदि $x + y = 8$ हो, तो xy का महत्तम मान ज्ञात कीजिए।

If $x + y = 8$, then find the maximum value of xy .

प्रश्न-17 यदि $y = \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $y = \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$, then find the value of $\frac{dy}{dx}$.

CGBOARDOnline.com

अथवा

OR

यदि $x = a(t + \sin t)$ तथा $y = a(1 - \cos t)$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $x = a(t + \sin t)$ and $y = a(1 - \cos t)$, then find the value of $\frac{dy}{dx}$.

प्रश्न-18 एक कण पर क्रिया करते हुए तीन बल संतुलन में हैं। यदि पहले दो बलों के बीच का कोण 90° है और दूसरे तथा तीसरे के बीच का कोण 120° है, तो बलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

CGBOARDonline.com

Three forces acting on a particle are in equilibrium. If the angle between first two forces is 90° and angle between second and third is 120° , then find the ratio of the forces.

अथवा
OR

उस मंदन को ज्ञात कीजिए जो 108 किमी./घंटे के वेग से चलती ट्रेन को 12 सेकण्ड में विश्राम में लाता है।

Find the retardation with which a train moving at 108 km/hr is brought to rest in 12 seconds.

प्रश्न-19 सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$$

CGBOARDonline.com

Prove that

$$\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$$

अथवा
OR

सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a^2+1 & b^2 & c^2 \\ a^2 & b^2+1 & c^2 \\ a^2 & b^2 & c^2+1 \end{vmatrix} = 1+a^2+b^2+c^2$$

Prove that

$$\begin{vmatrix} a^2+1 & b^2 & c^2 \\ a^2 & b^2+1 & c^2 \\ a^2 & b^2 & c^2+1 \end{vmatrix} = 1+a^2+b^2+c^2$$

निर्देश : (इ) प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक दीर्घउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प है। प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक निर्धारित हैं।

Instruction : (E) Question Nos. 20 to 23 are long answer type questions. Each question has internal choice. Each question carries 5 marks.

प्रश्न-20 एक कण वेग u से इस प्रकार फेंका जाता है कि उसकी क्षैतिज परास उसकी महत्तम ऊँचाई की दुगुनी है। सिद्ध कीजिए कि परास $\frac{4u^2}{5g}$ है। CGBOARDOnline.com

A particle is projected with a velocity u so that its range on a horizontal plane is twice the greatest height attained. Show that the range is $\frac{4u^2}{5g}$.

अथवा

CGBOARDOnline.com OR

दो बलों P व Q का परिणामी R है। यदि Q को दुगुना कर दिया जाए, तो नया परिणामी बल P के लम्बवत् होगा। सिद्ध कीजिए कि $Q=R$ ।

The resultant of two forces P and Q is R . If Q is doubled, then the new resultant will be perpendicular to P . Prove that $Q=R$.

प्रश्न-21 निम्न आँकड़ों से x और y के मध्य सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए :

x	65	66	67	67	68	69	70
y	67	68	65	68	72	72	69

Find the coefficient of correlation between x and y from the following data :

CGBOARDonline.com

x	65	66	67	67	68	69	70
y	67	68	65	68	72	72	69

अथवा
OR

निम्नलिखित आँकड़ों से x की y पर समाश्रयण रेखा ज्ञात कीजिए एवं $y = 90$ होने पर x का संभावित मान ज्ञात कीजिए :

	x	y
समांतर माध्य	18	100
मानक विचलन	14	20

x एवं y में सहसंबंध गुणांक $r = 0.8$.

From the following data, find the line of regression of x on y and estimate the value of x , if $y = 90$:

CGBOARDonline.com

	x	y
Arithmetic mean	18	100
Standard deviation	14	20

Coefficient of correlation r between x and y is 0.8.

प्रश्न-22 $\int \frac{dx}{1+3\sin^2 x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int \frac{dx}{1+3\sin^2 x}$

अथवा
OR

$\int \frac{x \tan^{-1} x}{(1+x^2)^{3/2}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int \frac{x \tan^{-1} x}{(1+x^2)^{3/2}} dx$.

प्रश्न-23 वक्र $\int_0^6 y dx$ का मान निम्न आँकड़ों से सिम्पसन नियम से दशमलव के तीन स्थानों की शुद्धता तक ज्ञात कीजिए। जहाँ x, y के मान निम्नानुसार हैं :

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0.146	0.161	0.176	0.190	0.204	0.217	0.230

Find the value of curve $\int_0^6 y dx$ correct to three decimal places using Simpson's rule, where values of x and y are given below :

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0.146	0.161	0.176	0.190	0.204	0.217	0.230

अथवा

CGBOARDonline.com

OR

किसी वृत्ताकार लट्टे का क्षेत्रफल A एक सिरे से x दूरी पर निम्न सारणी में दर्शाया गया है :

x	10	30	50	70	90	110	130	150
A	120	127	129	132	132	135	142	160

समलम्ब चतुर्भुजीय नियम से लट्टे का आयतन $V = \int_{10}^{150} A dx$ घन सेमी. में ज्ञात कीजिए।

The area A of a circular log at a distance x from one end is shown by the following table :

x	10	30	50	70	90	110	130	150
A	120	127	129	132	132	135	142	160

Evaluate the volume $V = \int_{10}^{150} A dx$ of the log in cu. cm, using trapezoidal rule.

CGBOARDonline.com

निर्देश : (फ) प्रश्न क्रमांक 24 एवं 25 दीर्घउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प है। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित हैं।

Instruction : (F) Question Nos. 24 and 25 are long answer type questions. Each question has an internal choice. Each question carries 6 marks. CGBOARDonline.com

प्रश्न-24 दो रेखाओं, जिनके सदिश समीकरण $\vec{r} = (3-t)\hat{i} + (4+2t)\hat{j} + (t-2)\hat{k}$ तथा $\vec{r} = (1+s)\hat{i} + (3s-7)\hat{j} + (2s-2)\hat{k}$ हैं, के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

CGBOARDonline.com

Vector equations of two straight lines are $\vec{r} = (3-t)\hat{i} + (4+2t)\hat{j} + (t-2)\hat{k}$ and $\vec{r} = (1+s)\hat{i} + (3s-7)\hat{j} + (2s-2)\hat{k}$. Find the shortest distance between them.

अथवा
OR

एक समतल अक्षर बिन्दु (a, b, c) से होकर जाता है तथा अक्षों को A, B, C पर काटता है। सिद्ध कीजिए कि गोले $OABC$ के केन्द्र का बिन्दुपथ $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 2$ है।

A plane passes through a constant point (a, b, c) and cuts the axes at A, B, C . Prove that the locus of centre of the sphere $OABC$ is $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 2$.

प्रश्न-25 मान ज्ञात कीजिए $\int_0^{\pi} \frac{x}{1+\sin x} dx$.

CGBOARDonline.com

Find the value of $\int_0^{\pi} \frac{x}{1+\sin x} dx$.

[15]

CGBOARDonline.com

अथवा

OR

दो वक्रों $x^2 = 8y$ और $y^2 = 8x$ के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area between two curves $x^2 = 8y$ and $y^2 = 8x$.

CGBOARDonline.com
